



## Resumo Expandido

<b>Título da Pesquisa:</b> Música e Matemática: Oficinas e Projetos Interdisciplinares para Educação		
<b>Palavras-chave:</b> Reciclagem; Matemática; Modelagem Matemática; Música.		
<b>Campus:</b> Formiga	<b>Tipo de Bolsa:</b> PIBIC	<b>Financiador:</b> IFMG / FAPEMIG
<b>Bolsista (as):</b> Carlos Eduardo Lucas		
<b>Professor Orientador:</b> Chrisley Bruno Ribeiro Camargos		
<b>Área de Conhecimento:</b> Ciências Humanas: Educação; Ciências Exatas e da Terra: Matemática.		

### Resumo:

Esta pesquisa descreve a análise de um trabalho realizado por um professor da rede pública municipal de educação (da cidade de Formiga – MG) que envolveu seus alunos no projeto “Sucata Sinfônica”, projeto o qual, a partir da reutilização de materiais descartáveis, reúne duas grandes e, aparentemente, diferentes áreas: a “Matemática” e a “Música”. Vale ressaltar que o professor deixa clara a importância da reciclagem e apresenta (muito bem) a beleza dos sons através destes materiais descartáveis. O interesse demonstrado pelas crianças e o processo educativo daquele professor são elementos de grande satisfação para a comunidade, visto que o grupo apresenta seu trabalho em diversos eventos culturais e continuam desenvolvendo novos instrumentos musicais. Foram analisados, matematicamente, alguns instrumentos musicais produzidos pelo professor e alunos durante o desenvolvimento do projeto, objetivando desenvolver estratégias pedagógicas de como inserir atividades da disciplina matemática mediante a construção de instrumentos. Esta pesquisa apresenta a descrição dos dados obtidos pela análise dos instrumentos e sugere métodos pedagógicos para desenvolver atividades relacionando matemática e música nas escolas.

### INTRODUÇÃO:

Há tempos observamos a organização escolar se basear em um sistema de disciplinas independentes e várias tentativas de associá-las por meio do que chamamos de interdisciplinaridade, contudo, a Matemática muitas vezes apresenta-se como a vilã dessas possíveis correlações com outras disciplinas, por ser considerada por muitos, conforme relata D’Ambrosio (2002), como uma disciplina “ruim” de ser estudada e sem necessidade para o futuro. Enquanto educadores, devemos acabar com esse “estigma”, conforme relata Meyer, Caldeira e Malheiros (2011, p. 24), de que “A Matemática é verdadeira e é inútil. A maioria das pessoas não consegue relacionar a Matemática nem com as outras ciências”, imaginem então ao seu cotidiano? Devemos mostrar não somente aos alunos como também à sociedade, como a matemática é uma ciência que permite contextualizar e perpassar por outras ciências, buscando novas formas de mostrar a importância da Matemática na vida dos estudantes, ou melhor, em seu futuro.

Em meio a esta busca interdisciplinar, não somente nas escolas, mas também nas universidades, talvez possamos permitir aos estudantes entender e acreditar que a Matemática tem aplicações no cotidiano, em outras ciências, e contribuir para que futuros professores busquem contextualizar, modelar e investigar,

evitando enrijecer suas explicações e se limitar a conteúdos, conceitos e regras que não se aplicam à realidade de seus alunos.

Conquistar a atenção e motivar o aluno são desafios constantes de todo professor, e a sala de aula deve ser um ambiente propício para que isso ocorra. Skovsmose (2000) afirma que a sala de aula pode tornar-se um cenário de investigação se os alunos aceitam o convite feito pelo professor, segundo o autor, cenário de investigação é um “ambiente” que permite dar suporte a um trabalho de investigação, convidando os alunos a formularem questões e a procurar suas próprias explicações. Skovsmose (2000) relata que “quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a construir um novo ambiente de aprendizagem, em que os alunos são responsáveis pelo processo”, conjectura-se que isso poderá gerar motivação e contribuir com o processo de ensino e aprendizagem, conforme Paulo Freire (2001), se estudar não fosse quase sempre um fardo, se estudar e ler fossem fontes de alegria e de prazer, de que resulta também o indispensável conhecimento com que nos movemos melhor no mundo, haveria, provavelmente, índices melhor reveladores da qualidade educacional.

Esta pesquisa descreve a análise de um trabalho realizado por um professor da rede pública municipal de educação (da cidade de Formiga – MG) que envolveu seus alunos no projeto denominado “Sucata Sinfônica”, o qual utiliza reciclagem e música. Um dos objetivos desta pesquisa é relacionar a Modelagem Matemática à construção de instrumentos musicais. Foram descritos resultados da análise dos instrumentos musicais do projeto “Sucata Sinfônica” e, em meio a esta análise, verificou-se se os instrumentos criados por aquele grupo de professores e alunos seguiam modelos matemáticos já pré-definidos, buscando uma possível otimização e desenvolvimento de estratégias de ensino de matemática envolvendo relações matemático-musicais.

## **METODOLOGIA:**

Esta pesquisa caracteriza-se como uma pesquisa de campo com pesquisador participante.

A pesquisa e a análise dos dados foram realizadas nas seguintes etapas, brevemente descritas:

**Primeira etapa:** Análise de referenciais teóricos relacionados à Matemática, Música e Modelagem Matemática na Educação.

**Segunda etapa:** Confronto entre os modelos estudados na primeira etapa com os instrumentos musicais confeccionados pela banda Sucata Sinfônica. Neste momento, foram analisados possíveis modelos utilizados na construção destes instrumentos e propostas melhorias em sua confecção, numa perspectiva de otimização destes. Também foram construídos instrumentos próprios, confeccionados seguindo fielmente os ditames dos modelos matemáticos analisados e otimizados, buscando validação dos mesmos.

**Terceira etapa:** Elaboração e aplicação de atividades relacionando matemática e música aos alunos das 4ª e 5ª séries da escola envolvida na pesquisa. Foram elaboradas atividades didáticas pelo grupo, baseadas nos estudos feitos dos instrumentos da banda Sucata Sinfônica e que apresentavam viabilidade de aplicação na escola.

Desenvolvimento da disciplina optativa: Tópicos de Educação Musical e Matemática. Disciplina direcionada aos alunos do curso de licenciatura em Matemática do IFMG *campus* Formiga.

Os integrantes da pesquisa também apresentaram oficinas e comunicações científicas sobre o tema em Congressos e Encontros em instituições de ensino superior.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES:

O projeto “Sucata Sinfônica” foi desenvolvido em 2010 pelo professor de educação musical Alex Sandro Alvarenga Arouca na Escola Municipal Benedita Gomide Leite (Formiga – MG). De acordo com o Professor Alex Arouca, o objetivo principal deste projeto foi apresentar uma opção lúdica para as aulas de Educação musical, onde a principal preocupação seria o desenvolvimento da percepção auditiva dos educandos, deixando-os aptos para entender as características sonoras mediante o aprendizado de melodias simples, fazer com que desenvolvessem a capacidade de ouvir, escutar, e compreender o que escuta. Este projeto teve também o intuito de colaborar para que seus participantes pudessem compreender a música como algo significativo na vida dos indivíduos e dos grupos (a música pode ser usada como ferramenta para a interpretação do mundo e expressão de valores que espelham os sistemas socioculturais, refletindo seus anseios e interagindo com o meio ambiente).

Os alunos participantes deste projeto, juntamente com o seu idealizador, confeccionaram vários instrumentos a partir de sucata: tubos de PVC, pedaços de mangueira, garrafas de vidro, garrafas de plástico, latas etc.. E, além da confecção dos instrumentos, criaram uma banda, na qual os próprios alunos tocavam músicas regidas pelo professor Alex Arouca, utilizando tais instrumentos confeccionados.

Anteriormente, em 2009 e 2011, um dos autores desta pesquisa, fez algo parecido em uma escola particular do município de Luz – MG, no entanto, utilizou Modelos matemáticos para confecção dos instrumentos, estes também feitos de materiais similares aos utilizados no projeto “Sucata Sinfônica”; e foi a partir disto que surgiu a ideia de se analisar os instrumentos criados pelos alunos do professor Alex Arouca, comparando os instrumentos produzidos a partir de técnica musical (os quais o professor Arouca criou nota por nota a partir de consecutivos testes de quantidade de volume de cada material até que o mesmo emitisse a nota desejada), com os instrumentos produzidos a partir dos seguintes Modelos matemático-musicais (CAMARGOS, 2011):

(a) **Modelo Pitagórico:** Pitágoras utilizou o “Percurso das Quintas”. Utilizando o tamanho da corda como igual a uma unidade, logo já se teria o Dó igual a 1, assim poderia obter-se também a quarta, a quinta e a oitava notas, respectivamente,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{2}{3}$  e  $\frac{1}{2}$ . Isso possibilitou que se obtivesse as frações correspondentes às outras notas, Dó (C)= 1, Ré (D) =  $\frac{8}{9}$ , Mi (E) =  $\frac{64}{81}$ , Fá (F) =  $\frac{3}{4}$ , Sol (G) =  $\frac{2}{3}$ , Lá (A) =  $\frac{16}{27}$ , Si (B) =  $\frac{128}{243}$  e Dó (C) =  $\frac{1}{2}$ .

(b) **Modelo de Zarlino:** Zarlino acrescentou o número 5 nas relações de frequências pitagóricas. Assim, construía-se a escala de maneira que o intervalo de terça maior passava a possuir relação de frequências  $\frac{5}{4}$ , existente na série harmônica. Supondo-se que a primeira nota, **dó**, tenha frequência 1, obter-se-ia para as outras notas as seguintes frequências: Dó (C)= 1, Ré (D) =  $\frac{9}{8}$ , Mi (E) =  $\frac{5}{4}$ , Fá (F) =  $\frac{4}{3}$ , Sol (G) =  $\frac{3}{2}$ , Lá (A) =  $\frac{5}{3}$ , Si (B) =  $\frac{15}{8}$  e Dó (C) = 2. Observe que nesta sequência as frações estão inversamente proporcionais às gamas pitagóricas, isto porque Pitágoras baseou sua sequência no comprimento da corda do instrumento Monocórdio, obtendo assim as notas em relação às marcações feitas

no Monocórdio, já Zarlino baseou sua sequência nas frequências sonoras, inversamente proporcionais ao tamanho da corda.

(c) **Modelo do Temperamento Musical:** Euler havia percebido que, na divisão aritmética feita por Pitágoras, utilizando o Percurso das Quintas, teria que percorrer 12 quintas para obter 7 oitavas exatas, obtendo assim todas as doze notas da escala temperada; no entanto, sempre sobrava um pequeno resto, chamado de Coma Fatal ou Coma Pitagórica, que corresponde à razão entre 12 quintas e 7 oitavas puras – matematicamente:  $(3/2)^{12} : 2^7 = 1,01364326$ . De acordo com Rodrigues (1999), Euler e outros matemáticos da época, no intuito de conseguir uma simetria das frequências, dividiram a Coma Fatal entre as 12 notas da escala temperada. Matematicamente, isso foi feito da seguinte forma: “fo.f.f.f.f.....f = fo.f<sup>12</sup> = 2.fo” Após algumas operações algébricas simples, pode-se concluir que o fator f deve assumir o valor de  $2^{1/12}$ . Considerando a nota Dó com frequência 1 como referência, obtêm-se, para as outras notas da gama temperada, o modelo do Temperamento Musical, cujos valores são: **Dó = 2<sup>0</sup>, Dó# = Réb = 2<sup>1/12</sup>, Ré = 2<sup>2/12</sup>, Ré# = Mi<sup>b</sup> = 2<sup>3/12</sup>, Mi = 2<sup>4/12</sup>, Fá = 2<sup>5/12</sup>, Fá# = Sol<sup>b</sup> = 2<sup>6/12</sup>, Sol = 2<sup>7/12</sup>, Sol# = Lá<sup>b</sup> = 2<sup>8/12</sup>, Lá = 2<sup>9/12</sup>, Lá# = Sib = 2<sup>10/12</sup>, Si = 2<sup>11/12</sup>, Dó = 2<sup>12/12</sup> = 2.**

Após a pesquisa e análise bibliográfica dos modelos matemático-musicais citados anteriormente, foram analisados cinco instrumentos: Chinelofone, Flauta de PVC, Flauta de Tubos, Vidrofone e Flauta de Canudinhos, quatro destes confeccionados pela Banda “Sucata Sinfônica” e o último (Flauta de Canudinhos) produzido pelo grupo de pesquisa.

Nesta análise laboratorial, mediu-se a altura, o comprimento, a largura e, caso houvesse, a quantidade de líquido armazenado (foi desprezada a massa, uma vez que cada instrumento é composto de material diferente). A seguir a especificação de um dos instrumentos analisados:

### Chinelofone

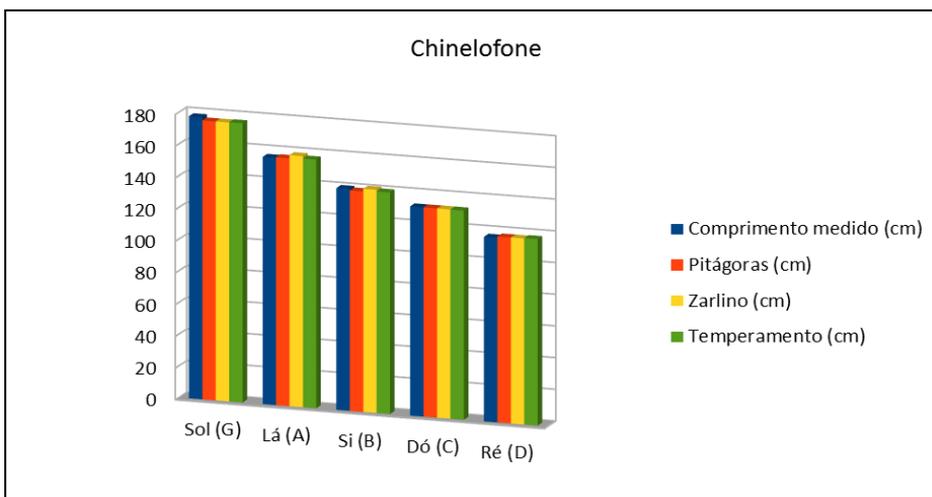
O instrumento Chinelofone<sup>1</sup> é composto por tubos de PVC (Policloreto de vinila) cujos diâmetros apresentaram certa uniformidade, porém, diferentes comprimentos, e um chinelo de borracha (utilizado para fornecer pressão de ar externa no tubo para produção do som e escolhido por apresentar flexibilidade ideal).

**Tabela 1:** Informações sobre as variáveis do Chinelofone

Frequência (nota)	Diâmetro (cm)	Comprimento (cm)	Pitágoras (cm)	Zarlino (cm)	Temperamento (cm)	Desvio Padrão (cm)
Sol (G)	3,5	178	176	176	176,2	0,97
Lá (A)	3,5	156	156,4	158,4	156,9	1,05
Si (B)	4	140	139,1	140,8	139,8	0,70
Dó (C)	4	132	132	132	132	0
Ré (D)	4	116,5	117,3	117,3	117,6	0,47

**Fonte:** Elaborado pelos autores (2013).

<sup>1</sup> Nome dado pelos integrantes da banda “Sucata Sinfônica”.



**Figura 1:** Comparativo entre o comprimento medido (cm) do Chinelofone e os Modelos descritos  
**Fonte:** Elaborado pelos autores (2013)

Após a análise dos instrumentos, confrontando os dados e gráficos, constatamos variações nas medidas aferidas em relação aos modelos matemáticos apresentados para afinação ideal. Estas variações podem ser explicadas devido a diversos fatores que estão relacionados à composição do material (massa específica, rigidez, constituição molecular, forma) e ao meio em que ele é exposto (temperatura, pressão, umidade) no momento da produção e utilização. Por esses motivos como referência desta análise, medimos o comprimento e o diâmetro, e, no caso dos instrumentos que apresentavam volume de água interior, medimos este volume, excluindo a possibilidade de cair em ciclo redundante e infinito, pois, em cada instrumento da banda “Sucata Sinfônica” analisado, constatamos materiais diferentes (garrafas diferentes, pedaços de mangueiras diferentes etc.), até mesmo com diâmetros, áreas superficiais e capacidades diferentes.

Observe que é possível uma melhor visualização dos resultados encontrados por meio da análise da média do desvio padrão dos instrumentos:



**Figura 2:** Média do desvio padrão dos instrumentos analisados  
**Fonte:** Elaborado pelos autores (2013)

Observe que os instrumentos que apresentaram maior desvio padrão em relação aos modelos matemáticos de Pitágoras, Zarlino e do Temperamento Musical foram o Vidrofone e a Flauta de Tubos.

No caso do Vidrofone ou Marimba de Garrafas, haviam garrafas distintas, de volumes e até mesmo de material (vidro) diferentes, já a Flauta de Tubos, aparentemente apresenta formato homogêneo, poucas variações foram detectadas, no entanto pelo fato de também utilizar-se de água para afinação e o som do instrumento ser obtido por meio da pressão do ar exercida pelo sopro, estas variáveis podem ter dificultado a interpretação por meio de modelos matemáticos já definidos. Para o primeiro instrumento, não conseguimos uma aproximação dos modelos matemáticos já existentes. A quantidade de água inserida ficou distante dos valores fornecidos pelos modelos matemáticos.

Outros instrumentos da Banda Sucata Sinfônica: o Chinelofone e a Flauta de PVC (pedaços de mangueiras); por terem sido confeccionados com materiais mais homogêneos, apresentaram um desvio padrão menor em relação aos outros.

No caso do Chinelofone, observamos que apesar de apresentar tubos de diâmetros distintos, três e meio (3,5) ou quatro (4) cm, que também pode influenciar na obtenção de uma nota musical conforme observado nesta pesquisa, este instrumento apresentou um desvio padrão de valor baixo em relação ao Vidrofone e a Flauta de Tubos, isto provavelmente pelo fato dos tubos apresentarem mesmo material e por se tratar de tubos de comprimentos entre 116 a 178 cm, bem maiores se relacionados ao diâmetro. Já a Flauta de PVC, analisando todas as notas individualmente, observamos que ela apresenta um desvio padrão mais alto (0,55) justamente na nota "Sol", cujo diâmetro é diferente em relação a todas as outras notas. Apesar disto, a média do desvio padrão foi baixa, conforme observaremos no gráfico a seguir, contribuindo à nossa conjectura de que a mesma composição física do material e o formato homogêneo contribuem para utilização dos modelos matemáticos citados anteriormente na confecção dos instrumentos.

A melhor média de desvio padrão encontrada foi a da Flauta de Canudinho (instrumento feito pela equipe de pesquisa), foram considerados na produção deste, o tipo de material utilizado, sua regularidade (apresenta a mesma composição químico-física, mesmo lote de fabricação) e o modelo matemático de Zarlino.

O professor de Educação Musical da escola participante da pesquisa utilizou de sensibilidade auditiva para produzir os instrumentos, e o ouvido humano por mais que seja treinado, poderia não conseguir captar exatamente um valor de frequência exato, logo é normal haver alterações comparando as unidades de medidas aferidas e as consideradas ideais (Pitágoras, Zarlino, Temperamento). Em contrapartida, consideramos o desvio padrão abaixo de dois (2) centímetros de grande êxito por parte do professor, considerando as limitações encontradas diante das variantes da física do material e da heterogeneidade dos materiais, conforme citamos anteriormente.

## **CONCLUSÕES:**

No decorrer da análise deste trabalho, observamos a relevância de se utilizar materiais homogêneos para confecção dos instrumentos, caso professores ou estudantes queiram fazer um trabalho envolvendo modelos matemáticos e música, mesmo que não tenham conhecimento musical. Destacamos aqui, que apesar do professor de música utilizar apenas suas habilidades musicais para cálculo da quantidade de água nas garrafas ou para calcular o tamanho dos tubos utilizados, os instrumentos apresentam uma afinação

agradável e quando tocados juntos, e conduzidos de forma alegre e lúdica por estas crianças, estes instrumentos soam realmente como uma mini orquestra, uma orquestra denominada “Sucata Sinfônica”, onde crianças carentes, desprovidas de instrumentos ditos “verdadeiros” e talvez bem longe de uma inclusão social que os satisfaça (e nos satisfaça), se sentem acolhidas pela sociedade em sua simples apresentação musical, simples para eles, mas glorificante para nós (educadores) e para o público que os assiste e os ouve.

Consideramos que o interesse demonstrado pelas crianças e o processo educativo daquele professor são elementos de grande satisfação para a comunidade. O grupo apresenta seu trabalho em diversos eventos culturais da cidade, e continuam desenvolvendo novos instrumentos, por enquanto, sem utilizar matemática, que conjecturamos, facilitará muito o trabalho deles e permitirá que não só o professor crie os instrumentos, mas também os alunos, utilizando matemática e música, podendo desta forma auxiliar na aprendizagem de tópicos matemáticos pelos alunos, gerando atividades interdisciplinares na escola e contribuindo para novas ideias de como inserir a Educação Musical nas escolas.

No relatório final desta pesquisa, apresentamos algumas sugestões de como utilizar a matemática na construção de instrumentos envolvendo o tema progressão geométrica.

#### **REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA:**

CAMARGOS, C. B. R. **Música e Matemática**: A harmonia dos números revelada em uma estratégia de modelagem. São Paulo, SP: Edgard Blücher, 2011.

CUNHA, N. P. da. **Matemática & música**: diálogo interdisciplinar. Recife, PE: Ed. Universitária da UFPE, 2006. 132 p.

D'AMBROSIO, U. **A matemática nas escolas**. Educação Matemática em Revista. São Paulo, SP: SBEM, ano 9. Edição especial, 2002. p. 29-33.

FREIRE, Paulo. Carta de Paulo Freire aos professores. *Estud. av.* [online]. 2001, vol.15, n.42, pp. 259-268. ISSN 0103-4014. <<http://dx.doi.org/10.1590/S0103-40142001000200013>>

GARLAND, T. H.; KAHN, C. V. **Math and Music**: Harmonious Connections. Parsippany, NJ: Dale Seymour Publications, 1995. 162 p.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

RODRIGUES, J. F. A Matemática e a Música. **Revista Colóquio/Ciências**, nº23, 1999, p.17-32. Disponível em: <[http://cmup.fc.up.pt/cmup/musmat/MatMus\\_99.pdf](http://cmup.fc.up.pt/cmup/musmat/MatMus_99.pdf)>. Acesso em: 10 mar. 2007.

SKOVSMOSE, O. Cenários de investigação. **Bolema – Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro (SP), n. 14, p. 66-91, 2000.

#### **Participação em Congressos, publicações e/ou pedidos de proteção intelectual:**

- a) Eventos locais: para alunos de escolas públicas, alunos do PIBIDI e RENAFOR;
- b) Eventos Regionais: Semana do Prodência do IFMG e V EEMOP (V Encontro de Educação Matemática de Ouro Preto) – UFOP e IFMG – (Campus Ouro Preto);
- c) Evento Nacional: XI ENEM (XI Encontro Nacional de Educação Matemática, Curitiba – PR)
- d) Eventos Internacionais: XXVI RELME (XXVI Reunião Latino Americana de Matemática Educativa) realizado na sede da Pontifícia Universidade Católica, bairro Coração Eucarístico em Belo Horizonte – MG.