



ANÁLISE DA RESPOSTA DINÂMICA DE UMA VIGA EM BALANÇO PARA LEVANTAMENTO DE CARGA EXCITADA POR UM CARREGAMENTO PERÍODICO NA EXTREMIDADE LIVRE

Santos, Diogo Alexandre Silva ⁽¹⁾, Barbosa, Evanilton José Alves⁽²⁾

Instituto Federal de Minas Gerais (IFMG) - Campus Betim.

⁽²⁾Barbosa, Evanilton José Alves - Professor orientador - IFMG - Campus Betim

RESUMO

O desenvolvimento de um produto deve levar em conta a viabilidade, o custo e o atendimento integral em sua aplicação. Requisitos devem ser rigorosamente definidos além de metodologias para o desenvolvimento, com inclusão de testes, tempo de realização, vida útil, materiais, ferramentas envolvidas e normas técnicas. O mercado oferece uma infinidade de materiais, com geometrias, propriedades e dimensões diversas, tudo isto deve ser bem analisado, pois além do custo, podem influenciar na vida útil, peso e até mesmo no aspecto visual. As ferramentas computacionais para as mais diversas análises estão amplamente presentes no mercado e sua aplicação depende de uma base sólida dos fundamentos de engenharia e domínio dos softwares de elementos finitos. O projeto desenvolvido se fundamenta em princípios básicos de estática e dinâmica, levando em conta o desenvolvimento analítico no sentido de comprovar a eficácia de uma análise estática e associar ao resultado obtido pelo desenvolvimento dinâmico do produto. Os resultados comprovam a eficácia do software e o desenvolvimento analítico dinâmico em nível educacional, apresenta uma variação desprezível, impactando em uma alteração desprezível no resultado final.

Palavras-chave: Análise estática. Dinâmica. Elementos Finitos.



1 INTRODUÇÃO

O entendimento de como os esforços interagem em uma estrutura são de fundamental importância no processo de projetar estruturas. As análises com auxílio de software de Elementos Finitos, tem como objetivo, auxiliar no desenvolvimento através de resultados e animações, os quais são de responsabilidades de validação pelo engenheiro. A análise estrutural, segundo Martha (2022), é a fase do projeto em que é feita a idealização do comportamento da estrutura. Esse comportamento pode ser expresso por diversos parâmetros, como tensões, deformações e deslocamentos estruturais. Os quais são influenciados pela forma como o carregamento é realizado, podendo configurar em uma análise estática ou dinâmica.

O surgimento do método dos elementos finitos (MEF) deu-se por volta dos anos 50 do século XX, junto com o surgimento dos primeiros computadores. A fundamentação matemática no qual se baseia o MEF já era conhecida, porém como se trata de um método iterativo, as ferramentas disponíveis até o momento inviabilizavam o seu uso. Inicialmente o MEF foi aplicado na análise de problemas da mecânica dos sólidos, mas logo a sua aplicação estendeu-se à análise de outros fenômenos físicos. Esta abrangência, mais o sucesso do método propiciaram o estudo mais profundo e extenso do mesmo. Hoje, este método é usado nas mais variadas áreas da ciência, desde fenômenos lineares mais simples, até fenômenos não lineares de maior complexidade.

O Método dos Elementos Finitos (MEF) pode ser definido como um método matemático, no qual um meio contínuo é discretizado (subdividido). Esses elementos são descritos por equações algébricas ou diferenciais e resolvidos por modelos matemáticos para que sejam obtidos os resultados desejados (LOTTI et al 2006).

Análises dinâmicas apresentam respostas como, os modos e as frequências fundamentais de vibração, variação de deslocamentos ao longo do tempo e o comportamento de uma estrutura sujeita a vibrações de caráter aleatório, já as análises estáticas apresentam resultados de tensão, deformação, alongamento, dentre outros. TORII (2012).

O presente trabalho tem como objetivo identificar as dimensões de uma viga I para montagem de uma estrutura de levantamento de carga, com ênfase à análise estática e critérios iniciais relativos à análise dinâmica. As solicitações são provenientes de carregamento na extremidade livre, perpendicular ao perfil.



2 REFERENCIAL TEORICO

2.1 Elementos Estruturais

O comportamento de uma estrutura pode ser entendido por meio da divisão de seus elementos. Cada elemento estrutural possui um comportamento próprio diante de uma solicitação. Basicamente os elementos estruturais são as barras de Treliças, as Vigas, as placas, os elementos de casca e os elementos sólidos. Cada um destes elementos requer uma metodologia específica de cálculo a qual é fundamentada no número de graus de liberdade do elemento. (ALVES FILHO)

2.1.2 Critérios de Resistência

A avaliação de um componente, leva em conta suas propriedades mecânicas específicas para cada tipo de material. A previsão de falha de um material submetido a um ensaio simples de tensão, leva em conta a tensão atuante em relação a tensão de escoamento do material. Para estados multiaxiais, a análise é mais complexa, desta forma foram desenvolvidas teorias baseadas nos estados de tensões e nas tensões principais, onde foram criadas relações com as tensões de escoamento obtidas pelo ensaio simples de tração. Dentre os critérios estabelecidos, temos o critério de Tresca, Von Misses, Coulomb Mohr, dentre outros.

2.1.3 Método dos Elementos Finitos

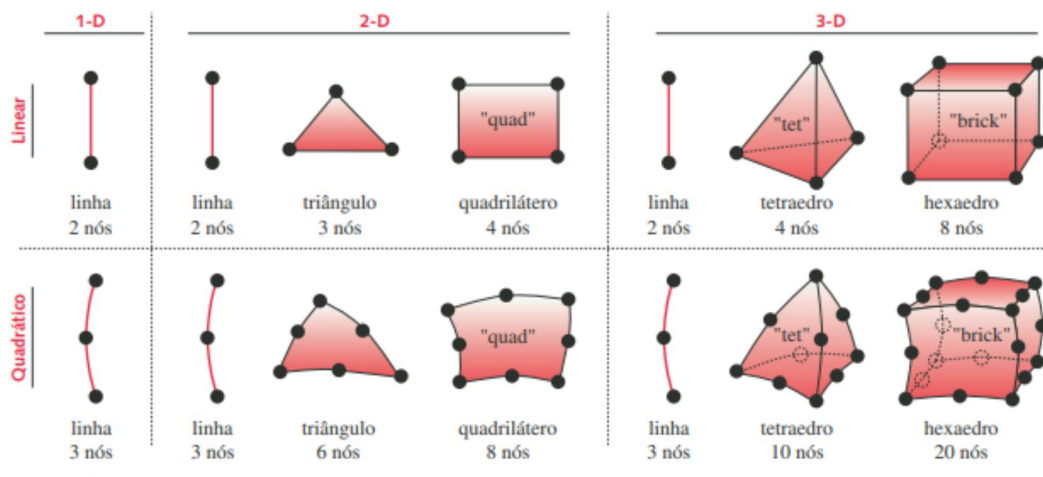
O Método dos Elementos Finitos (MEF), quando aplicado na engenharia de estruturas, segundo Azevedo (2003) tem como objetivo a determinação do estado de tensão e de deformação de um sólido de geometria arbitrária sujeito a ações exteriores.

No MEF, a estrutura é decomposta em pequenos elementos, denominados subdomínios. No interior do elemento finito, um campo com características elásticas se manifesta como um agrupamento linear de um número finito de campos elementares com deformabilidade (SEGUNDINHO, 2005).

No processo de se resolver um problema pelo método dos elementos finitos, tem-se que inicialmente discretizar o problema, ou seja, subdividir o domínio em uma malha de pontos, conhecida como malha de elementos finitos. De acordo com Vijayaraja e Vijayaragavan (2008), uma pequena malha de pontos deve ser usada para obter boa precisão nos resultados da análise

MEF. Outra coisa a considerar ao decidir o tamanho da malha é o tamanho das partes críticas, a parte mais desejável da parte que será o foco principal da análise. A solução numérica obtida em um determinado ponto do domínio pode convergir para valores maiores, menores ou indefinidos. Segundo Soriano (2009), tal comportamento é causado pelas especificidades da solução dada e formulação de elementos finitos. Elementos finitos segundo Norton (2013) podem ser uni, bi e tridimensionais, além disso, podem ser elementos de linha, área e volume, respectivamente. Eles também podem ser de diferentes "ordens", termo que se refere à ordem da função (geralmente um polinômio) usada para interpolar o deslocamento dentro do elemento. Em geral, os elementos mais simples podem ser utilizados e ainda obter as informações desejadas, já que elementos e ordens superiores requerem um tempo de computação muito longo. Além disso, os elementos finitos podem ter diferentes formas, padrões e diferentes números de pontos nodais em seus lados e faces. A Figura 01 ilustra os tipos e características dos elementos finitos.

Fig 01: Tipos e formas de elementos finitos.



FONTE: NORTON, 2013

2.1.4 Critério de Análise por Elementos Finitos Aplicado às Vigas

As vigas se caracterizam por possuir uma dimensão bem maior que as outras duas, para fins de análise por elementos finitos, podem ser tratadas como elementos unidimensionais. A definição do elemento deve ser feita no software, não basta desenhar uma linha para fins de análise e tratá-la como elemento de viga. O perfil pode ser modelado e as linhas podem ser



extraídas, no caso da ferramenta de modelagem, o SpaceClean, basta acessar o comando prepair e buscar a ferramenta stract, clicar no perfil e o mesmo será transformado em uma linha que passa pelo baricentro. Automaticamente o software cria uma pasta com o elemento e informações do perfil. No ambiente de modelagem, a geometria bem como as dimensões são propriedades que devem ser inseridas. Quando a geometria é enviada ao ambiente de modelagem, o mesmo já a reconhece como viga (beam), no entanto, é comum em estruturas termos combinações de elementos de vigas e elementos de barras (treliças), neste caso deve ser feita a alteração para estes elementos, assegurando que o software irá trabalhar o componente segundo os fundamentos que o representa. No ambiente do ANSYS, temos que clicar no elemento, acessar o campo de detalhes e alterar em model type.

Para o desenvolvimento da análise é de fundamental importância o entendimento do comportamento da estrutura quanto ao tipo de carregamento, pois o mesmo pode atribuir um comportamento estático ou dinâmico a depender da velocidade de aplicação. Esta velocidade sendo considerada, temos um comportamento dinâmico estabelecido, então torna-se necessário o desenvolvimento de uma modal para definição do comportamento vibratório da estrutura. Pode-se definir a análise modal, segundo Soeiro (2001), como um processo por meio do qual descrevemos uma estrutura em termos de suas características naturais, que são as frequências naturais de vibração.

3 Materiais e Métodos

O projeto da viga teve como inspiração, o Laboratório de Usinagem Mecânica do IFMG Betim, O qual necessita de uma estrutura para levantamento de peso. A carga máxima foi definida em função do peso de acessórios e equipamentos que precisam ser colocados e retirados da Fresadora Ferramenteira do laboratório. O alcance do braço permitirá a manipulação de acessórios como Morsa, Aparelho Divisor e o próprio cabeçote da máquina ferramenta em caso de manutenção.

O material da viga é o aço estrutural ASTM A 572 grau 50 de perfil H, material fabricado pela empresa Gerdau®, material recomendado para aplicações em vigas e colunas. A Tabela 01 apresenta as propriedades do material:

Tabela 01- Propriedades Mecânicas do Aço ASTM A572 Grau 50

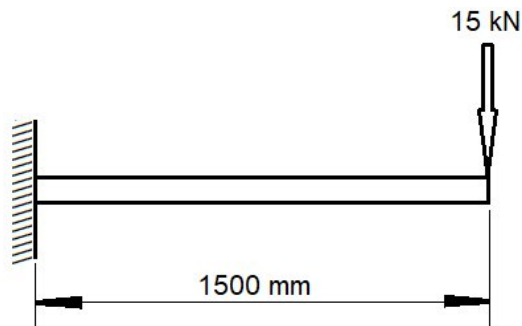
PROPRIEDADES MECÂNICAS	
Limite de escoamento (MPa)	345 mín.
Limite de Resistência (MPa)	450 mín.
Alongamento após ruptura %	18 mín.
Massa Linear kg/m	22,5

Fonte: Gerdau®

3.1 Cálculo analítico:

A determinação do perfil da viga se deu através do pré-cálculo de tensão máxima de flexão. A tensão de cisalhamento devido ao peso próprio e ao carregamento não foi levado em conta, por se tratar de uma tensão bem inferior a tensão de flexão, no entanto, estes fatores foram considerados na análise por elementos finitos. A Figura 02 apresenta a posição do carregamento, a qual é considerada para o cálculo.

Figura 02: Carregamento, restrição e braço de alavanca



Fonte: O autor.

A equação de tensão máxima aplicada para cálculo é apresentada abaixo pela equação.

(01)

$$T_{adm} = M \cdot \frac{C}{I} \quad 01$$

Onde:

M = momento fletor; C = altura da linha neutra viga até a extremidade do perfil; I = momento de inércia. Sabendo do limite de escoamento do material e com a tabela de dimensões das vigas, foi-se calculado a tensão admissível conforme os valores abaixo. Foi-se estimado um valor de 250 kgf como o peso do motor elétrico, desta forma o cálculo analítico apresentou o resultado abaixo.

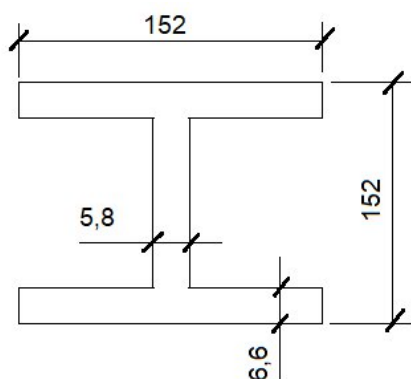
$$T_{adm} = \frac{M * C}{I} = \frac{(15000 * \frac{152}{2})}{1229 * 10^4} = 139,13 MPa$$

3.2 Análise Estática Com Auxílio do Software ANSYS

Levando em conta o cálculo analítico, onde foi obtida uma tensão $T = 139,13 MPa$, foi adotado inicialmente um perfil W150 x 22,5 com $T_e = 345 MPa$, no entanto para efeito de cálculo, foi adotado uma tensão admissível $T_{adm} = 138 MPa$. A Figura 03 apresenta as dimensões do perfil consideradas no cálculo do MEF. A análise estática foi desenvolvida com auxílio do software ANSYS, na discretização do elemento foi utilizado elemento de viga, a

estrutura foi engastada em uma extremidade e o carregamento de 15000 N aplicado na outra face.

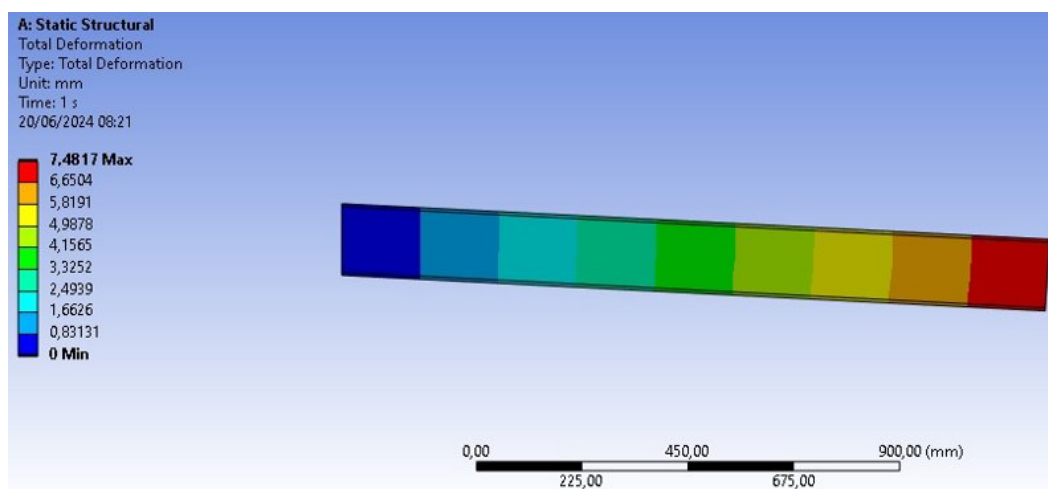
Figura 03: Detalhes do perfil



Fonte: O autor

Após desenvolvimento da análise estática pode se observar valores próximos dos valores analíticos, porém com maior exatidão de resultados, uma vez que o peso próprio foi levado em conta na análise. A Figura 04 Apresenta o resultado de deslocamento máximo que ocorre no ponto de aplicação do carregamento.

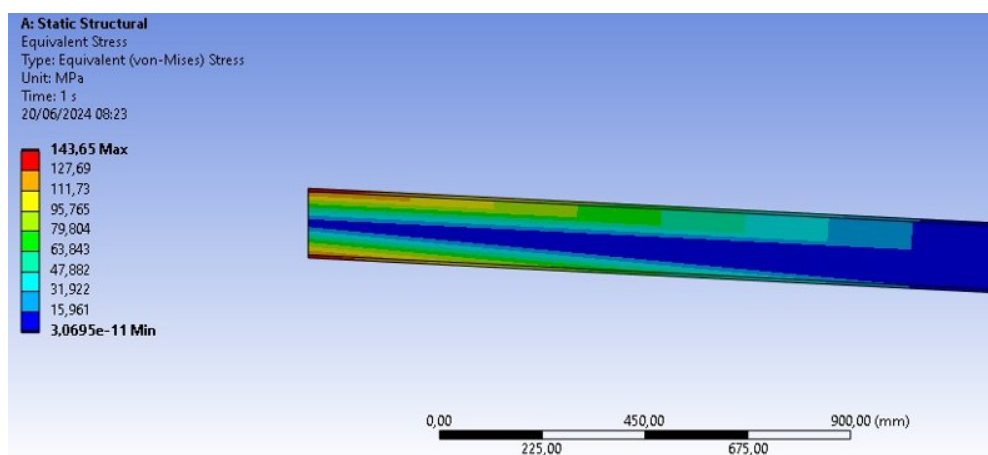
Figura 04: Deslocamento do perfil



Fonte: O autor, ANSYS (2024 R1)

A Figura 05 apresenta os valores de tensão ao longo da viga e a tensão máxima que ocorre no engastamento. Podemos observar que o valor é um pouco superior ao cálculo analítico, devido às considerações feitas e levando em conta que o elemento de viga é um elemento que apresenta resultados exatos em análises.

Figura 05: Tensões ao longo da viga



Fonte: O autor, ANSYS (2024 R1)

3.3 Avaliação Dinâmica da Estrutura:

O motor elétrico foi definido com base na equação 02.

$$\text{Potência} = \frac{\text{Força} * \text{velocidade}}{\text{eficiência}} \quad 02$$

Sabendo que o motor terá que levantar 1,5 toneladas, estimando a velocidade de 1,0 m/s e a eficiência de motor elétrico dado pelo catálogo da Weg® sendo 92%.

$$\text{Potência (cv)} = \frac{\text{Força} * \text{Velocidade}}{\text{Eficiência}} = \frac{15000 * 1,0}{0,92 * 738} = 22,1 \text{ cv}$$

Ao se analisar o catálogo Weg, o motor que atende as especificações é o de 25 cv e peso aproximado de 250 kgf.



Dados para análise:

Módulo de elasticidade $E_{\text{aço}} = 2 \times 10^5 \text{ MPa}$

Momento de inércia $I_{xx} = 1229 \times 10^4 \text{ mm}^4$

Massa do motor = 250 kg

Massa desbalanceada (estimada 5%) = 12,5 kg

Aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$

Excentricidade da massa desbalanceada (estimada) = 0,05 m

Fator de amortecimento $\zeta = 3\%$

3.3.1 Relação Carga x Deflexão na Extremidade da Viga

Temos que:

$$F = k \cdot \Delta$$

Para a viga em questão:

$$F = \frac{3.E.I}{L^3} \cdot \Delta ;$$

$$\text{então: } K = \frac{3.E.I}{L^3}$$

Cálculo da constante elástica da viga:

$$K = \frac{3.E.I}{L^3} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 1229 \cdot 10^4 \text{ mm}^4}{1500^3 \text{ mm}^3}$$

$$K = 2,185 \cdot 10^3 \text{ N/mm} \text{ ou } K = 2,185 \cdot 10^6 \text{ N/m}$$

3.3.2 Frequência Natural de Vibração da Massa do Motor

$$\omega_n = \frac{\sqrt{k}}{M} = \frac{\sqrt{2,185 \cdot 10^6}}{250} = 5,91 \text{ rad/s}$$

Sendo: $\omega_n = 2 \cdot \pi \cdot f_n$

Então: $f_n = 0,94 \text{ Hz}$

Considerando a rotação do motor: $n = 360 \text{ rpm} = 6 \text{ Hz}$

Sendo: $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$

$$\omega = 37,68 \text{ rad / s}$$

Força de excitação senoidal:

$$F_{exc.} = m \cdot e \cdot \omega^2 \cdot \text{sen} \omega \cdot t$$

$$F_{exc.} = 12,5 \text{ kg} \cdot 0,05 \text{ m} \cdot (5,9 \text{ rad / s})^2 \cdot \text{sen} 5,9 \cdot t$$

$$F_{exc.} = 21,75 \cdot \text{Sen} 5,9 \cdot t$$

Relação de frequências (r):

$$r = \frac{\omega}{\omega_n} = \frac{37,68}{5,91}$$

$$r = 6,37$$

Fator de Amplificação Dinâmica

$$\chi = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2 \cdot \zeta \cdot r)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1-6,37^2)^2 + (2 \cdot 0,03 \cdot 6,37)^2}} = 0,025$$

Deslocamento em Função do Tempo

$$U(t) = F_0 / k \cdot \chi \cdot \text{sen} \omega t + \varphi_0 = 21,75 / 2,185 \cdot 10^6 \cdot 0,025 \cdot \text{sen} (37,68t + \varphi)$$



$$U(t) = 3,98 * 10^{-4} * \text{sen}(37,68t + \varphi)$$

$$\varphi = \text{arc tg. } 2 * \zeta * r / 1 - r^2 = \text{arc tg } 2 * 0,03 * 6,37 / 1 - 6,37^2$$

$$\varphi = - 0,55 \text{ rad}$$

Cálculo do deslocamento total:

$$U(t) = 7,4817 * 10^{-3} + 3,98 * 10^{-4} * \text{sen}(37,68t + 0,55)$$

$$U_{\text{max}} = 7,80 \text{ mm}$$

$$U_{\text{min}} = 7,08 \text{ mm}$$

Tensão dinâmica:

$$T = 21,75 \text{ N} * 1500 \text{ mm} * 76 \text{ mm} * 0,025 / 1229 * 104 \text{ mm}^4$$

$$T = 5,04 * 10^{-3} \text{ MPa} = 0,005 \text{ MPa}$$

Tensão Máxima no engastamento:

$$T_{\text{max}} = \sigma_{\text{est}} + \sigma_{\text{din}} = 143,650 \text{ MPa} + 0,005 \text{ MPa}$$

$$T_{\text{max}} = 143,655 \text{ MPa}$$



4 Conclusão

A definição a priori da estrutura baseou-se em um perfil comercial com informações dimensionais e de resistência. Os dados foram retirados do catálogo da Gerdau, e com base em um fator de segurança, equações analíticas, análise estática por elementos finitos e análise dinâmica de um grau de liberdade. Concluímos que o perfil atende ao projeto em questão, sofrendo pequena alteração em relação a tensão admissível estabelecida. A análise dinâmica foi introduzida ao projeto no sentido de despertar uma pesquisa mais aprofundada em um ramo do conhecimento complexo e abrangente. Foi introduzido princípios e fundamentos, no entanto, um estudo de maior profundidade necessita de uma pesquisa conceitual e aplicada em análises dinâmicas virtuais por elementos finitos. O cálculo analítico vem comprovar a análise estática por MEF, princípio amplamente aplicado às indústrias de engenharia. A pesquisa aponta para a clara necessidade do conhecimento mínimo sobre as análises estáticas e para a busca do conhecimento de análises dinâmicas para o profissional de engenharia mecânica e afins. Enfim, o projeto estabelece princípios na definição de um caminho, onde o atendimento às necessidades de um produto se fundamenta na ciência e se baseia na oferta do mercado.



5 Referência Bibliográfica

ALMEIDA, Márcio T de. *Vibrações mecânicas para engenheiros*. 2. ed., São Paulo: Edgard Blücher, 1990.

ALVES FILHO, Avelino. *Elementos finitos: A base da tecnologia CAE*. 2013. 6ª edição. Editora Saraiva.

AZEVEDO, Álvaro F. M. *Método dos elementos finitos*. 2003. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto Portugal. 1 edição.

LOTTI, Raquel S; MACHADO, André Wilson; MAZZIEIRO, Ênio Tonani; JÚNIOR, Janes Landre. *Aplicabilidade científica do método dos elementos finitos*. 2006. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/dpress/a/6WCw3yW7WhXWnRYJRGtYzPq/?format=pdf&lang=pt>. Acesso: outubro de 2022.

MARTHA, Luiz Fernando. *Análise de estruturas conceitos e métodos básicos*. 2022. 3 edição. Editora LTC.

MEIRELES, José Filipe Bizarro de. *Análise dinâmica de estruturas por modelos de elementos finitos identificados experimentalmente*. 2007. Disponível em: <https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/8059/1/PHD-Meireles%20Revision%208e.pdf>. Acesso: outubro de 2022.

NORTON, Robert L. *Projeto de máquinas: uma abordagem integrada*. 2013. 4 Edição. Editora Bookman.

SEGUNDINHO, Pedro Gutemberg de Alcântara. *Análise teórico-experimental de um tabuleiro misto madeira-concreto composto por vigas circulares*. 2005. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/91482/alcantarasegundinho_pg_me_ilha.pdf;jsessionid=CA8F42647CF69F47B0EC7A2521DD3458?sequence=1. Acesso: novembro de 2022.



SOEIRO, Newton Sure. *Análise Modal Experimental*. 2001. Universidade Federal do Pará.

Disponível em: <https://silo.tips/download/professor-newton-sure-soeiro-dr-eng>.

SORIANO, Humberto Lima. *Elementos Finitos – Formulação e Aplicação na Estática e Dinâmica das Estruturas*. 2009. Rio de Janeiro. Editora Ciência Moderna.

TORRI, André Jacomel. *Análise dinâmica de estruturas com o método dos elementos finitos generalizado*. 2012. Universidade Federal do Paraná. Disponível em:

<https://acervodigital.ufpr.br/bitstream/handle/1884/28386/R%20-%20T%20-%20AN-DRE%20JACOMEL%20TORII.pdf?sequence=1&isAllowed=y> acesso: setembro 2022.

VIJAYARAJA, S; VIJAYARAGAVAN,S. *Finite elemento analysis of critical componentes of the 2.6L gasoline engine*.2008. AVTEC. Disponível em:

https://www.altairuniversity.com/wp-content/uploads/2016/08/01_FEM_FEA_Finite_Element_Analysis_of_Critical_Components_Avtec_Limited.pdf. Acesso: março 2023.

<https://blog.arcelormittal.com.br/perfis-estruturais/> acessado em 23/05/2024

<https://www.aciva.com.br/perfil-i-aco.php> acessado em 23/05/2024